# Travail à domicile (TAD)

## Semestre : 01

•**Matière** : Mathématique M1 •**Filière** : Sciences et Technologie •**Date** : 31/12/2022

| Nom et prénom | Groupe | N° Carte d'étudiants | Signature |
|---|---|---|---|
| | | | |

### Exo N°.01

*Soit f une fonction continue sur* $[0,1]$ *telle que :*

$\forall x \in [0,1]$ ;$f(x) \leq 0$ *et f(0)=f(1)=0*

*Montrer que* ($\forall n \in N^*$) ($\exists c \in [0,1]$) ; $f(c)=f(1+\frac{1}{c})$

### Exo N° .02 :

*On considère la fonction g définie sur* $I=\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *par :*

$$g(x) = \frac{1}{1-tan^3x}$$

*1°Montrer que g admet une fonction réciproque* $g^{-1}$ *définie sur un intervalle J à déterminer.*

*2°Dresser le tableau de variations de* $g^{-1}$

*3°Calculer* $g^{-1}(x)$ *pour tout* $x \in J$

### Exo NO :03

*On définit la loi ( *) ; pour tout a et b dans* $I=]1,+\infty[$ *:*

$$a * b = \sqrt{(a^2-1)(b^2-1)+1}$$

*1° Montrer que (*) est loi de composition interne (L .C.I) dans I .*

***2° Soit l'application définie sur $R_{+}^{*}$ vers I / $f(x) = \sqrt{x+1}$ $\quad \forall x \in R_{+}^{*}$***

- ***a- Définir qu'est ce qu' un morphisme bijectif***
- ***b- Montrer que f est un isomorphisme de $(R_{+}^{*}, X)$ dans ( I,*)***
- ***c- En déduire la structure de ( I,*)***
- ***d- Montrer que l'ensemble $E = \left\{\sqrt{1+2^{m}} / m \in Z\right\}$ est un sous groupe de (I ,*)***

***<u>Exo N°04 :</u> On définit la loi * par : $x * y = Ln\,(e^{x} + e^{y} - 1)$***

***1° Montrer que * est loi de composition interne (L .C.I)***

***2° Montrer que * répond aux critères d'un groupe Abélien***