UNIVERSITE MOUSTAFA BEN BOULAID BATNA2 **2023/2024**
SOCLE COMMUN EN SCIENCES ET TECHNOLOGIE **Matière: Math(M2).**
$1^{ère}$ANNEE

SERIE DE TDN°01

EXERCICE N°01

Soient les matrices A, B et C définies sur IR par :

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad C=\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

1) Calculer B+C, B-C, B+2C, 2B-3C, -2B, 3C, C-B.
2) Calculer A·B et A·C. déterminer ${}^tA$ et ${}^tB$.

EXERCICE No.02 :

Soient les matrices $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ **et** $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

a) *Montrer que* $B = A + 4.I3$
b) *Trouver une relation simple liant B et* B^2
c) *En déduire une relation liant* $A, A^2, et\ I3$
d) *En déduire que A est inversible et calculer* A^{-1}

EXERCICE N°03 :*Soit f une application linéaire définie par :*

$$\boldsymbol{f} : \boldsymbol{R^3} \to \boldsymbol{R^3}$$
$$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) \to \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{5x+y+7z}, \boldsymbol{-10y+2z}, \boldsymbol{7x+y-12z})$$

Donner la matrice associé à f relativement aux bases canoniques.

EXERCICE N°04:

Soit $B = (e1, e2, e3)$ *la base canonique de* R^3

Soit u l'endomorphisme de R^3 *dont la matrice dans la base canonique est :*

$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ soit a=e1-e2+e3 , b= 2e1-e2+e3 , et c= 2e1- 2e2+e3 ;

trois vecteurs de R^3.

1-Montrer que B'=(a ,b ,c) est une base de R^3

2-Déterminer la matrice de passage P de B à B'. Calculer P^{-1}

3-Déterminer la matrice R de u relativement à la base B'.

4-Calculer $P^{-1}.A.P$ *en fonction de R.*

EXERCICE N°05:

Soit l'application $f : IR^3 \to IR^3$ définie par : $f(x.y.z) = (x+y, 2x-y+z, x+z)$.

a) montrer que f est une application linéaire.

b) Ecrire la matrice A de f dans la base canonique ξ de IR^3.

c) Calculer $f(1.2.3)$ de deux manières distinctes : en utilisant la définition de f d'une part, et en utilisant la matrice A d'autre part.

d) soit $v_1 = (2.1.-1)$, $v_2 = (2.-1.2)$, $v_3 = (3.0.1)$. Montrer que $V = (v_1,\ v_2,\ v_3)$ est une base de IR^3, que :

$f(v_1) = -8v_1 - 10v_2 + 13v_3$, $f(v_2) = -39v_1 - 46v_2 + 57v_3$, $f(v_3) = -37v_1 - 44v_2 + 55v_3$

Ecrire la matrice B de f dans V, et la matrice $C = Mat_{\zeta,V}\, f$ matrice de passage de la base canonique ξ à la base V.

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES :

EXERCICE N°01

Soient les matrices A et B telles que :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) déterminer le rang des matrices A et B (rgA, rgB).

b) Démontrer que : $A = B + I_3$ et $B^3 = 0$.

EXERCICE N°02:

Soient les matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$. $B = \begin{bmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{bmatrix}$.

1° Montrer que le déterminant de la matrice A est égale à "2abc" et le déterminant de B est égale à $(a + b + c)^3$.

2° *Déterminer la matrice inverse de* $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$.

EXERCICE No.03 :

Soit la matrice : $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{13} & \mathbf{-8} & \mathbf{-12} \\ \mathbf{12} & \mathbf{-7} & \mathbf{-12} \\ \mathbf{6} & \mathbf{-4} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$

1) La matrice A admet – elle une matrice inverse ?
2) Calculer la matrice inverse de la matrice A
3) Calculer le produit des deux matrices $A.A^{-1}$? Et que peut on déduire ?