Série de TD N°1 (Part01)

Exercice 1

Démontrer les implications suivantes :

1- $A \cap B = A \Rightarrow A \subset B \quad A, B \in P(E)$

2- $A \cup X = E \Rightarrow X = E \quad \forall A \in P(E)$

Exercice 2

Soient A, B, C et D des parties de l'ensemble E, démontrer que :

1- $A \cap B = \Phi \Rightarrow A \subset C_E^B$

2- $A \subset B \Rightarrow C_E^B \subset C_E^A$

3- $A \subset B \wedge C \subset D \Rightarrow A \cap C \subset B \cap D$

Exercice 3

Soient A, B et C trois parties d'un ensemble non vide E.

1- Montrer que si $A \cup B = A \cup C$ *et* $A \cap B = A \cap C$, alors $B = C$

2- En déduire que si $A \cup B = E$ *et* $A \cap B = \Phi$, alors A et B sont complémentaires.

3- Montrer que $(A \cup B) - (A \cap B) = C_{A \cup B}^{A \cap B}$

Exercice 4

Soient A, B et C des parties de l'ensemble E, déterminer les ensembles suivants :

$X = (A \cap B) \cup (C_E^A \cap B)$

$Y = (C_E^A \cup C_E^B) \cap (C_E^A \cup B)$

$Z = C_E(C_E(A \cap B) \cap C_E(A \cap B))$

$U = [A \cap (B \cup C)] \cap [(B \cap C) \cup C_E^C]$

Exercice 5

Soit f l'application de E dans F et soient A, B deux parties de E, démontrer que :

1- $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$

2- $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

3- $A \subset f^{-1}[f(A)]$

Exercice 6

Démontrer que :

1- $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$

2- $A\times B=B\times A\Leftrightarrow A=B$

Exercice 7

Soit f l'application de E dans F et soient C, D deux parties de F, démontrer que :

1- $C\subset D\Rightarrow f^{-1}(C)\subset f^{-1}(D)$

2- $f^{-1}(F-C)=E-f^{-1}(C)$

Exercice 8 : Soient $E=[0,1]$, $F=[-1,1]$ et G=[0,2] trois intervalles de R , considérons l'application f de E dans G définie par :

$$f(x)=2-x\ ,$$

Et l'application g de F dans G définie par :

$$g(x)=\ x^2+1$$

1)Déterminer $f\left(\left\{\frac{1}{2}\right\}\right), f^{-1}(\{0\}), g([-1,1]), g^{-1}([0,2])$

2)L'application f est elle bijective ? justifier

3)L'application g est elle bijective ? Justifier

Exercice 9 : On définit sur R^2 la relation R par :

(x,y) R (x',y') $\Leftrightarrow$ x+y = x'+y'

1) Montrer que R une relation d'équivalence
2) Trouver la classe d'équivalence du couple (0,0)

Exercice 10 : On définit sur $\mathbf{R}^2$ la relation **T par :**

$$\textbf{(x,y) T (x',y')} \Leftrightarrow |\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|\leq \boldsymbol{y}'-\boldsymbol{y}$$

1) Vérifier que T est une relation d'ordre . cet ordre est – il total
2) Soit (a,b) $\in R^2$, représenter l'ensemble $\{(x,y)\in\mathbf{R^2}/(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\boldsymbol{T}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})\}$