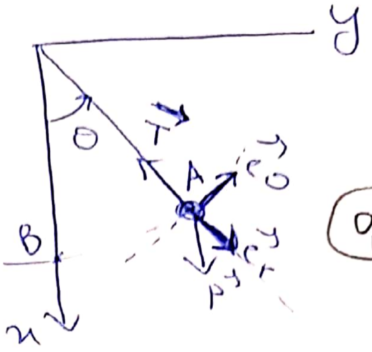
Corrigé Type examen Physique 1
2019/2020

exo 1 (6pts)



(0,5)

1) $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$: $\vec{OM} = r\vec{e}_r$ (0,5)

$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ ($\dot{r} = 0$)

$$\boxed{\vec{v} = l\dot{\theta}\vec{e}_\theta}$$ (0,5) $(r = l)$

2) bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$ (voir fig)

3) 1ère méthode : PFD (principe fondamental de la dynamique)

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ (0,5)

projection sur $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$:

$$\begin{cases} mg\cos\theta - T = m a_{\vec{e}_r} & (1) \\ -mg\sin\theta = m a_{\vec{e}_\theta} & (2) \end{cases}$$ (0,5) (0,5) avec $$\begin{cases} a_{\vec{e}_r} = -l\dot{\theta}^2 \\ a_{\vec{e}_\theta} = l\ddot{\theta} \end{cases}$$ (0,5) (0,5)

$$\Rightarrow \begin{cases} mg\cos\theta - T = -ml\dot{\theta}^2 & (1) \\ -mg\sin\theta = ml\ddot{\theta} & (2) \end{cases} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

pour des faibles oscillations on a $\sin\theta \simeq \theta$ d'où :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$ (0,5) équation différentielle du 2ème ordre sans second membre.

$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ (0,5) (pulsation propre)

La solution de cette équation est $\theta(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$

CI : à $t=0$ $\theta_0 = A\cos 0 + B\sin 0 \Rightarrow A = \theta_0$ (0,25)

et $\dot{\theta}(0) = 0 = -A\sin 0 + B\cos 0 \Rightarrow B = 0$ (0,25)

donc l'équation horaire est : $\theta(t) = \theta_0\cos\omega_0 t$

$$\theta(t) = \theta_0\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t$$ (0,5)

Scanned by CamScanner

2ème méthode (TMC) (Théorème du moment cinétique)

$$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}_{ext})$$ 0,5

$\vec{L}_{/O} = \vec{OM} \wedge m\vec{V} = (l\vec{e_r}) \wedge (m l \dot{\theta} \vec{e_\theta})$ 0,5

en coordonnées polaires on a

$\vec{L}_{/O} = m l^2 \dot{\theta} \vec{e_z}$ 0,5

$\sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}_{ext}) = \vec{M}_{/O}(\vec{T}) + \vec{M}_{/O}(\vec{P}) = (\vec{OM} \wedge \vec{T}) + (\vec{OM} \wedge \vec{P})$ 0,5

avec $\vec{T} = -T\vec{e_r}$; $\vec{OM} = OM\vec{e_r} = l\vec{e_r}$ et $\vec{P} = P\vec{e_r} + P\vec{e_\theta}$

$\sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}_{ext}) = \underbrace{(l\vec{e_r} \wedge -T\vec{e_r})}_{\to 0} + (l\vec{e_r} \wedge mg(\underbrace{\cos\theta\, \vec{e_r}}_{\to 0} - \sin\theta\, \vec{e_\theta}))$ 0,5 0,5

$\sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}_{ext}) = l\vec{e_r} \wedge (-mg\sin\theta\, \vec{e_\theta}) = -mgl\sin\theta\, \vec{e_z}$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}(m l^2 \dot{\theta} \vec{e_z}) = -mgl\sin\theta\, \vec{e_z}$ 0,5

$\Rightarrow \cancel{m} l^2 \ddot{\theta} = -\cancel{m}gl\sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$ 0,5 (même suite que pour la 1ère méthode)

3ème méthode Théorème de l'énergie mécanique :

0,5 $E_{méc} = E_p + E_c$ avec $\Delta E_{méc} = 0$ (pas de frottement) E_m est conservée 0,5

$E_{méc} = cste \Rightarrow \frac{dE_{méc}}{dt} = 0$ avec

$E_p = mgh$ (on choisi comme origine des énergies potentielles le point B $E_{p_B} = 0$ 0,5 à l'équilibre on a : $h = l - l\cos\theta$ 0,5

$E_p = mgl(1 - \cos\theta)$

$E_c = \frac{1}{2}mV^2$ et $V = l\dot{\theta} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$ 0,5

$\Rightarrow E_{méc} = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1-\cos\theta)$

$\frac{dE_{méc}}{dt} = 0 \Rightarrow ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin\theta = 0$ 0,5

$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$ 0,5 même suite

Scanned by CamScanner

2) 6 (pts)

$$\begin{cases} x = 3\cos 2t \\ y = 3\sin 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 9\cos^2 2t \\ y^2 = 9\sin^2 2t \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2 = 9 \quad (1)$$

c'est un cercle de centre (0,0) et de rayon R = 3 m (0,5)

2) $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(3\cos 2t\,\vec{i} + 3\sin 2t\,\vec{j})$

$\vec{V} = -6\sin 2t\,\vec{i} + 6\cos 2t\,\vec{j}$ (0,5)

$|\vec{V}| = \sqrt{36(\underbrace{\sin^2 2t + \cos^2 2t}_{=1})} = 6\ m/s$ (0,5)

$|\vec{V}| = 6\ m/s = c^{ste} \Rightarrow$ mouvement circulaire uniforme (MCU) (0,5)

3) $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = -12\cos 2t\,\vec{i} - 12\sin 2t\,\vec{j}$ (0,5)

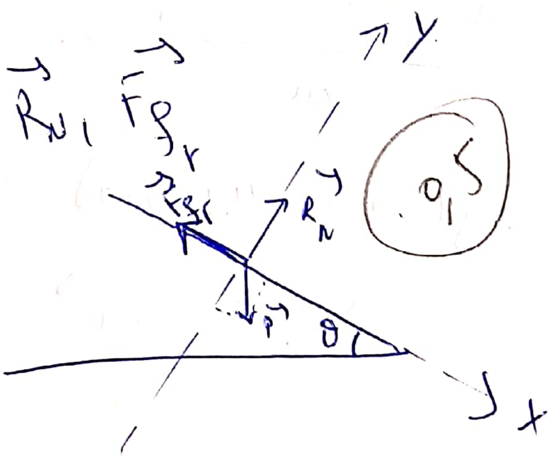
4) $\begin{cases} x = r\cos\theta = 3\cos 2t \\ y = r\sin\theta = 3\sin 2t \end{cases} \Rightarrow r = 3$ (0,5) et $\theta = 2t$ (0,5)

5) $\vec{OM} = r\vec{e_r} = 3\vec{e_r}$ (0,5) ; $\vec{V} = r\dot{\theta}\vec{e_\theta} = 6\vec{e_\theta}$ (0,5)

$\vec{a} = r\ddot{\theta}\vec{e_\theta} - r\dot{\theta}^2\vec{e_r} = -3(2)^2\vec{e_r} = -12\vec{e_r}$ (0,5)

exo 3 (8 pts)

1) bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R_N}, \vec{F_{fr}}$



(0,5)

Scanned by CamScanner

$\Rightarrow$ MRU $\Rightarrow a = 0$

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = \vec{0}$ (PFD)

$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F}_{fr} = \vec{0}$ (0,5) $\begin{cases} /ox : P\sin\theta - F_{fr} = 0 \quad (1) \\ /oy : R_N - P\cos\theta = 0 \quad (2) \end{cases}$ (0,5)

(1) $\Rightarrow P\sin\theta = F_{fr}$ avec $F_{fr} = \mu R_N$

et (2) $\Rightarrow R_N = P\cos\theta \Rightarrow P\sin\theta = \mu P\cos\theta$

$\Rightarrow \mu = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = tg\theta = 0,4 \Rightarrow \theta = \text{arctg}\,0,4 = 21,8°$ (0,5)

(3) $\theta = 30°$

a/ $\begin{cases} P\sin\theta - F_{fr} = ma \\ R_N - P\cos\theta = 0 \end{cases}$ (0,5)

$\Rightarrow R_N = P\cos\theta \Rightarrow R_N = 80\cos 30 = 69,28\,N$ (0,5)

$\vec{R}_N = 69,28\,\vec{j}$ (N)

/ $F_{fr} = \mu R_N = \mu . P\cos\theta = 27,71\,N$ (0,5)

$\vec{F}_{fr} = -27,71\,\vec{i}$ (0,5)

/ $P\sin\theta - F_{fr} = ma \Rightarrow a = \dfrac{P\sin\theta - F_{fr}}{m}$ (0,5)

$= \dfrac{mg\sin\theta - F_{fr}}{m} = g\sin\theta - \dfrac{F_{fr}}{m} = g\sin\theta - \mu g\cos\theta$

$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = 1,53\,m/s^2$

$\vec{a} = 1,53\,\vec{i}$ (0,5)

(1.)

Scanned by CamScanner

$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a\,dt \Rightarrow v = \int a.dt$

$v = \int g(\sin\theta - \mu\cos\theta)\,dt = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)t + v_A$ 0,5

$v = at + v_A = 1{,}53\,t + v_A$ 0,25

4/ $W_{A\to B}(\vec{P}) = \int_A^B \vec{P}.\,d\vec{l} = \int (P_x\vec{i} + P_y\vec{j})(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j})$

0,5

$W_{A\to B}(\vec{P}) = P_x.\,AB = mg\sin\theta.\,AB = 400\,J$ 0,5

$P_y \perp AB$ (ne travaille pas)

$W(\vec{R}_N) = 0 \quad (\vec{R}_N \perp AB)$ " 0,25

$W_{A\to B}(\vec{F}_{fr}) = \int_A^B \vec{F}_{fr}.\,d\vec{l} = F_{fr}.\,AB.\cos\pi = -27{,}71\,J$

0,5 Travail resistant

Forces conservatives : Poids $\vec{P}$, la reaction $\vec{R}_N$ 0,25

Forces non conservatives : force de frottement $\vec{F}_{fr}$ 0,25

T

Scanned by CamScanner