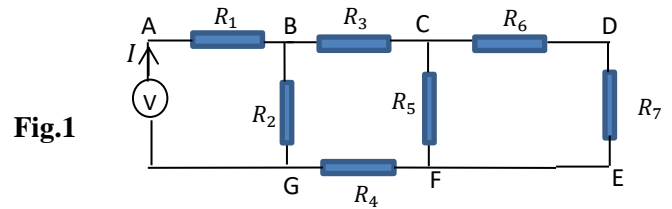


Examen final Physique 2

Questions de cours (5pts):

Soit le circuit de la figure suivante (Fig.1): لتكن لدينا الدارة في الشكل المقابل:

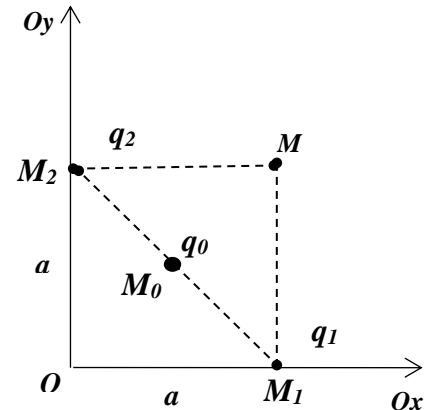
- 1- Définir les éléments de circuit : nombre de nœuds, nombre de branches et nombre de mailles. أوجد عدد العقد – عدد الفروع – عدد العروات
 - 2- Démontrer la relation qui donne la résistance équivalente en cas d'association des résistances en parallèle. برهن علاقة المقاومة المكافئة في حالة تجميع المقاومات على التفرع
 - 3- Déterminer la résistance équivalente de circuit et donner le circuit simplifié. أوجد المقاومة المكافئة.
 - 4- Calculer l'intensité de courant I. أحسب شدة التيار الكلي.
- Avec : $V=20\text{ V}$, $R_1=100\ \Omega$, $R_2=200\ \Omega$,
 $R_3=100\ \Omega$, $R_4=50\ \Omega$, $R_5=100\ \Omega$, $R_6=50\ \Omega$,
 $R_7=50\ \Omega$.



Exercice 1 (08 points)

Soient trois charges électriques ponctuelles $q_1 = q_2 = -q$ et $q_0 = 2\sqrt{2}q > 0$ fixées respectivement aux points $M_1(a;0)$, $M_2(0;a)$, et $M_0(a/2;a/2)$ d'un repère orthonormé Oxy (fig. 2).

1. Donner l'expression du potentiel électrique V_M produit par ces trois charges au point $M(a;a)$ en fonction de a et q .
أوجد عبارة الكمون الناتجة في النقطة $M(a;a)$ بدلالة a et q
2. Calculer et représenter le vecteur champ électrique \vec{E}_M au point M .
مثل واحسب الحقل الناتج في النقطة M .
3. On place une charge $q_M = -q$ au point M . Calculer et représenter le vecteur force électrique appliqué sur la charge q_M .
مثل واحسب القوة المطبقة على الشحنة q_M



On donne : $q = 10^{-9}\text{ C}$, $a = 1\text{ cm}$ et $K = 9 \cdot 10^9\text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Exercice2 : (07 points)

Soient une sphère conductrice creuse de centre O et de rayon R_1 qui porte une distribution surfacique de charge de densité uniforme $\sigma > 0$. On l'entoure de deux sphères concentriques, de rayons respectifs R_2 et R_3 , une charge volumique ρ positive est uniformément répartie entre les deux sphères (Fig. 3).

لتكن كرة مركزها O ونصف قطرها R_1 تحمل كثافة شحنيه سطحية موجبة σ موزعة بانتظام و محاطة بكرتين نصف قطريهما R_2 و R_3 على التوالي وكثافة شحنيه حجمية ρ موزعة بانتظام بين الكرتين

1. En utilisant le théorème de Gauss, donner l'expression du champ électrostatique $\vec{E}_M(r)$ en tout point de l'espace.
باستعمال نظرية Gauss, اوجد عبارة الحقل الكهروستاتيكي $\vec{E}_M(r)$ في جميع نقاط الفضاء
2. En déduire le potentiel V en tous points de l'espace (sans calcul des constantes).
استنتج عبارة الكمون الكهروستاتيكي $V_M(r)$ في جميع نقاط الفضاء

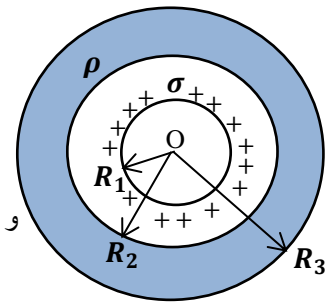


Fig. 3

Corrigé type examen final P2 2022/2023:

Questions de cours : (5 points)

1- les éléments de circuit : on a : (0,75)

- 4 nœuds B, C, F et G - 6 branches - 6 mailles

2- Démonstration la relation qui donne la résistance équivalente des résistances montées en parallèle :

On a les résistances ont une même différence du potentiel entre leurs bornes :

$$V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V \quad (0,25)$$

D'après la loi d'ohm : $V = R_{eq} \cdot I$ Et : $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \dots + \frac{V_n}{R_n}$ (0,25)

$$I = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \rightarrow \frac{I}{V} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \quad (0,5)$$

$$\rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)$$

3- La résistance équivalente :

$$V=20 \text{ V}, R_1= 100 \ \Omega, R_2= 200 \ \Omega,$$

$$R_3= 100 \ \Omega, R_4= 50 \ \Omega, R_5= 100 \ \Omega, R_6= R_7=50 \ \Omega,$$

• Les résistances R_6 et R_7 sont en série :

$$R_{eq1} = R_6 + R_7 = 50+50 = 100 \ \Omega \quad (0,25)$$

• R_{eq1} en parallèle avec R_5 :

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \left(\frac{1}{R_{eq1}} + \frac{1}{R_5} \right) = \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{2}{100} \rightarrow R_{eq2} = 50 \ \Omega \quad (0,5)$$

• Les résistances R_{eq2} , R_3 et R_4 sont en série :

$$R_{eq3} = R_{eq2} + R_3 + R_4 = 50 + 50 + 100 = 200 \ \Omega = R_{eq3} \quad (0,25)$$

• R_{eq3} en parallèle avec R_2 :

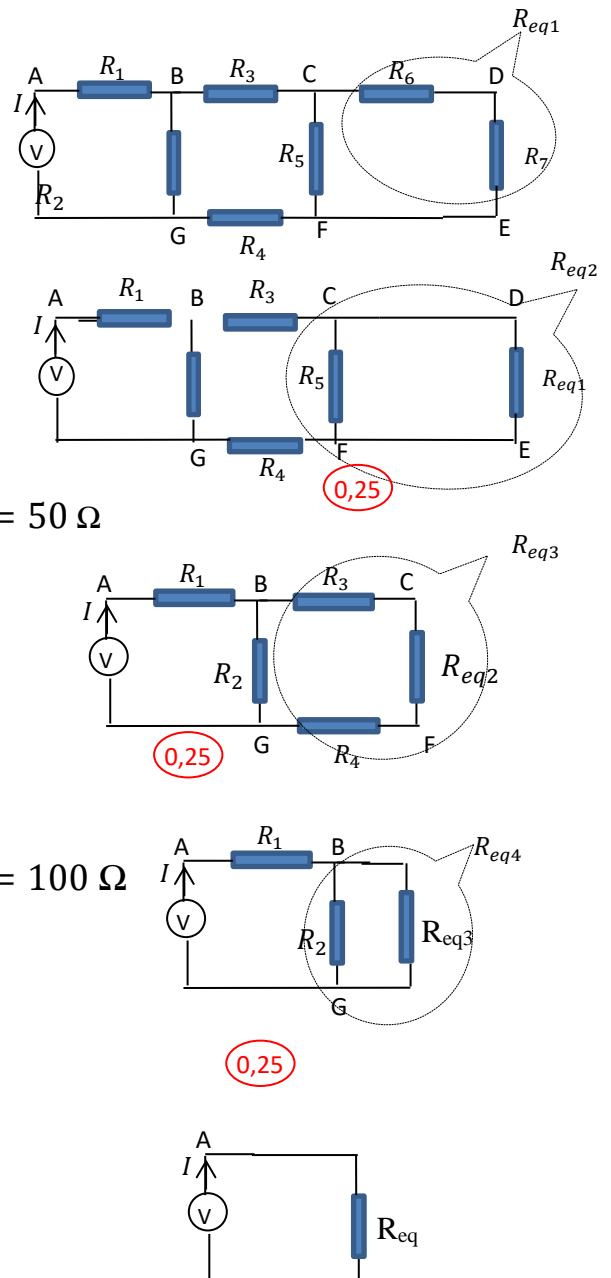
$$\frac{1}{R_{eq4}} = \left(\frac{1}{R_{eq3}} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{200} + \frac{1}{200} = \frac{2}{200} \rightarrow R_{eq4} = 100 \ \Omega \quad (0,5)$$

• Les résistances R_{eq4} et R_1 sont en série :

$$R_{eq} = R_{eq4} + R_1 = 100 + 100 = 200 \ \Omega \quad (0,25)$$

4- Le courant total I :

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{20}{200} = 0,1 \text{ A} \quad (0,5)$$



Le circuit simplifier

Exercice 1 : (7 points)

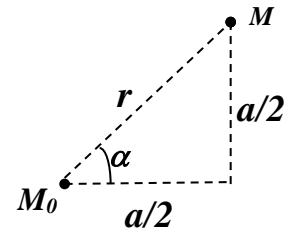
1. Donner l'expression du potentiel électrique V_M :

$$V_M = V_0 + V_1 + V_2 \quad (0,25)$$

$$V_1 = V_2 = -\frac{kq}{a} ; \quad V_0 = \frac{2\sqrt{2}kq}{r} \Rightarrow V_0 = \frac{2\sqrt{2}kq}{a/\sqrt{2}} = \frac{4kq}{a} \quad (0,5)$$

$$r^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (0,25)$$

$$V_M = \frac{4kq}{a} - \frac{kq}{a} - \frac{kq}{a} = \frac{2kq}{a} \Rightarrow V_M = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{0.01} = 18 \cdot 10^2 [\text{Volt}] \quad (0,5)$$



2. Calcul et représentation le vecteur champ électrique au point M

$$\vec{E}_T(M) = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_x + \vec{E}_y \quad (0,25)$$

$$\begin{cases} E_x = -E_2 + 0 + E_0 \cos \alpha & (1) \\ E_y = -E_1 + 0 + E_0 \sin \alpha & (2) \end{cases} \quad (0,5)$$

$$E_1 = E_2 = \frac{k|-q|}{a^2} = \frac{kq}{a^2} ; \quad E_0 = \frac{k|2\sqrt{2}q|}{r^2} = \frac{2\sqrt{2}kq}{r^2} \quad (0,5)$$

$$r^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow E_0 = \frac{2\sqrt{2}kq}{\frac{a^2}{2}} = \frac{4\sqrt{2}kq}{a^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a/2}{a/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} ; \text{Sinon on a un carré donc l'angle égal } 45^\circ \quad (0,25)$$

$$\begin{cases} (1) = E_x = -\frac{kq}{a^2} + \frac{4\sqrt{2}kq}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3kq}{a^2} \\ (2) = E_y = -\frac{kq}{a^2} + \frac{4\sqrt{2}kq}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3kq}{a^2} \end{cases} \quad (0,5) \Rightarrow \vec{E}_T(M) = \frac{3kq}{a^2} (\vec{i} + \vec{j}) \quad (0,5)$$

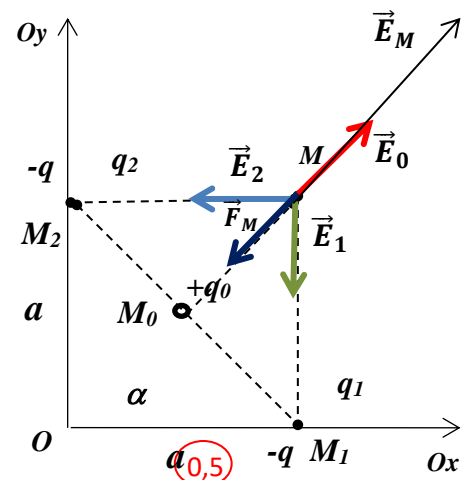
$$\text{AN: } \vec{E}_T(M) = \frac{3 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{(0.01)^2} (\vec{i} + \vec{j}) = 27 \cdot 10^4 (\vec{i} + \vec{j}) ; \quad E_M = 27 \cdot 10^4 [\text{V/m}] \quad (0,25)$$

3. Calcul et représentation du vecteur force électrique appliqué sur la charge $q_M = -q$:

$$\vec{F}_T(M) = q_M \vec{E}_T(M) \Rightarrow \vec{F}_T(M) = -q \vec{E}_T(M) = -10^{-9} \cdot 27 \cdot 10^4 (\vec{i} + \vec{j}) \quad (0,5)$$

$$\vec{F}_T(M) = -2.7 \cdot 10^{-4} (\vec{i} + \vec{j}) \quad (0,25)$$

$$F_M = 2.7 \cdot 10^{-4} [\text{N}] \quad (0,25)$$



Exercice 2 : (7 points)

1. En utilisant le théorème de Gauss, on donne l'expression du champ électrostatique $\vec{E}_M(\mathbf{r})$ en tout point de l'espace :

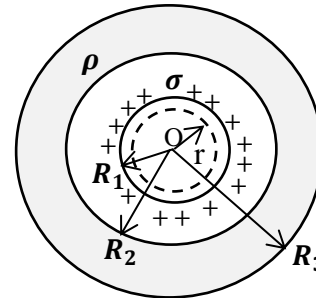
(0,25) $\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0}$ Vu que \vec{E} et \vec{dS} sont colinéaires, alors :

$$\vec{E} \parallel \vec{dS} \Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot \vec{dS} = \oiint E \cdot dS \cos 0 = \oiint E \cdot dS = E \cdot S \quad (0,5)$$

La surface de Gauss : $S_G = 4\pi r^2$ (0,25)

1^{er} cas : $r < R_1$:

$$E_1 \cdot S_G = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow \sum Q_i = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 0 \\ \vec{E}_1 = 0\vec{e}_r \end{cases} \quad (0,25)$$



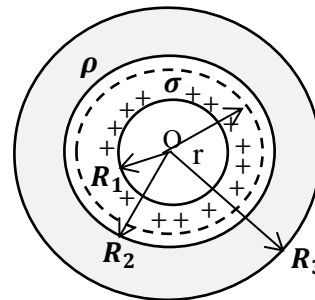
(0,25)

2^{eme} cas : $R_1 < r < R_2$:

$$E_2 \cdot S_G = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow \sum Q_i = \sigma S_{\text{sphere1}} = \sigma \iint ds$$

$$= \sigma \int_0^{R_1} 8\pi r dr \Rightarrow Q_i = \sigma 4\pi R_1^2 \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_2 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R_1^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} \\ \vec{E}_2 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \end{cases} \quad (0,5)$$



(0,25)

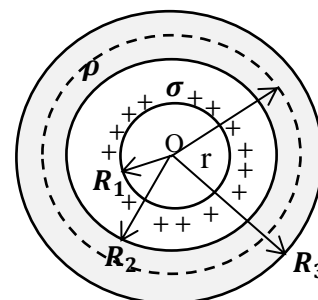
3^{eme} cas : $R_2 < r < R_3$:

$$E_3 \cdot S_G = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow \sum Q_i = \sigma S_{\text{sphere1}} + \rho \cdot v \quad (0,25)$$

la charge volumique $\Rightarrow Q = \rho \cdot v \Rightarrow v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow dv = 4\pi r^2 dr$

$$Q = \rho \iiint dv = \rho \int_{R_2}^r 4\pi r^2 dr = \rho \frac{4}{3}\pi (r^3 - R_2^3) \quad (0,5)$$

$$\sum Q_i = \sigma 4\pi R_1^2 + \rho \frac{4}{3}\pi (r^3 - R_2^3)$$



(0,25)

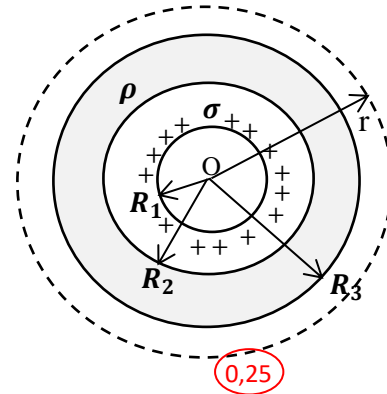
$$\Rightarrow \begin{cases} E_3 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R_1^2 + \rho \frac{4}{3}\pi (r^3 - R_2^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E_3 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho (r^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} \\ \vec{E}_3 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho (r^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \end{cases} \quad (0,5)$$

4^{eme} cas : $r > R_3$:

$$E_4 \cdot S_G = \frac{\sum Q_i}{\epsilon_0} \Rightarrow \sum Q_i = \sigma S_{sphere1} + \rho \cdot v$$

$$Q = \rho \iiint dv = \rho \int_{R_2}^{R_3} 4\pi r^2 dr = \rho \frac{4}{3} \pi (R_3^3 - R_2^3)$$

$$\sum Q_i = \sigma 4\pi R_1^2 + \rho \frac{4}{3} \pi (R_3^3 - R_2^3)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} E_4 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R_1^2 + \rho \frac{4}{3} \pi (R_3^3 - R_2^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E_4 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho (R_3^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} \\ \vec{E}_4 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho (R_3^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r \end{cases}$$

2. le potentiel V en tous points de l'espace :

1^{er} cas : $r < R_1$:

$$E_1 = 0 \Rightarrow V_1 = - \int E_1 \cdot dr = C_1 \Rightarrow V_1 = C_1$$

2^{eme} cas : $R_1 < r < R_2$:

$$V_2 = - \int E_2 \cdot dr = - \int \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} \cdot dr \Rightarrow V_2 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r} + C_2$$

3^{eme} cas : $R_2 < r < R_3$:

$$V_3 = - \int E_3 \cdot dr = - \int \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} \cdot dr - \int \frac{\rho (r^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r} - \frac{\rho}{6\epsilon_0} r^2 - \frac{\rho R_2^3}{3\epsilon_0 r} + C_3$$

4^{eme} cas : $r > R_3$:

$$V_4 = - \int E_4 \cdot dr = - \int \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r^2} \cdot dr - \int \frac{\rho (R_3^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V_4 = \frac{\sigma R_1^2}{\epsilon_0 r} + \frac{\rho (R_3^3 - R_2^3)}{3\epsilon_0 r} + C_4$$