Université Batna 2 **Année Universitaire 2021/2022**

Socle Commun Sciences et Technologies **31/01/2022**

Durée : 1 heure 30

Examen Final de Physique 1

Questions de cours (4 pts)

1- Définir le système de coordonnées cylindriques en représentant les coordonnées et les vecteurs unitaires sur un dessin.

2- Exprimer le vecteur position dans ce système.

3- Exprimer sans démonstration les vecteurs vitesse et accélération dans le même système.

Exercice 01 (Interro 8 pts)

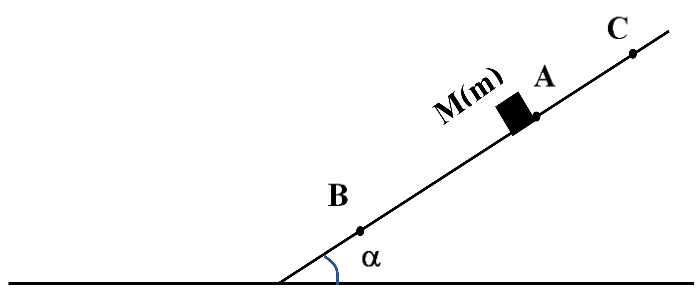
Dans un repère cartésien (O, x, y), muni de la base $(O, \vec{i}, \vec{j})$, un point matériel M en mouvement tel que :

$$\overrightarrow{OM} = \cos t\, \vec{i} + \sin t\, \vec{j}$$

1. Déterminer la nature de la trajectoire de M.
2. Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et déterminer son module
3. En déduire la nature du mouvement et déterminer la vitesse angulaire ω.
4. Exprimer le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes et déterminer son module. Que représente cette accélération dans le repère de Frenet et pourquoi ?
5. Déterminer l'angle α que fait l'accélération avec la vitesse ?
6. Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération en coordonnées polaires ?

Exercice 03 (8 pts)

Un objet M, que l'on assimilera à un point matériel, de masse m = 0.1 kg, glisse sur la pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale.



1- L'objet est abandonné depuis le point A sans vitesse initiale. En considérant les frottements négligeables, déterminer la nature du mouvement de M. Justifiez.

2- Calculer le temps mis par la masse pour arriver au point B si AB = 2 m.

3- En fait, cette durée est de 1.3 s, en admettant l'existence des frottements caractérisés par un coefficient de frottements cinétique μ :

a) Représenter les forces agissant sur M dans ce cas.

b) Déduire la valeur de ce coefficient de frottement μ.

4- L'objet est maintenant lancé du point B vers le point A avec une vitesse de 3 m/s. Déterminer la position du point C où la vitesse de l'objet s'annule $(BC = ?)$:

a) Si on néglige les frottements.

b) Si le coefficient de frottement est de $\mu = 0.11$.

On prendra dans cet exercice : $g = 9.81\ m/s^2$.

Bon courage

Université Batna 2 **Année Universitaire 2021/2022**

Socle Commun Sciences et Technologies **31/01/2022**

Durée : 1 heure 30

الامتحان النهائي للفيزياء 1

أسئلة الدروس (4 نقاط)

1- مطلوب تعريف نظام الإحداثيات الأسطوانية من خلال تمثيل الإحداثيات وأشعة الوحدة على الرسم.

2- عبر عن شعاع الموضع في هذا النظام.

3- عبر بدون برهان عن متجهي السرعة والتسارع في نفس النظام.

تمرين 01 (Interro 8 نقاط)

في نظام الإحداثيات الكارتيزية (O,x,y) ، المزود بالقاعدة $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$، نعتبر نقطة مادية متحركة حيث:

$$\overrightarrow{OM} = cos\, t\, \vec{\imath} + sin\, t\, \vec{\jmath}$$

1- تحديد طبيعة مسار M.

2- عبر عن متجه السرعة في الإحداثيات الكارتيزية وأحسب طويلته.

3- استنتج طبيعة الحركة وحدد السرعة الزاوية ω.

4- عبر عن متجه التسارع في الإحداثيات الكارتيزية وأحسب طويلته. ماذا يمثل هذا التسارع في معلم فريني مع التعليل ؟

5- أوجد الزاوية α المحصورة بين شعاعي التسارع والسرعة.

6- عبر عن متجهي السرعة والتسارع في الإحداثيات القطبية.

التمرين 03 (8 نقاط)

ليكن جسم M والذي نعتبره نقطة مادية ، كتلته $m = 0.1kg$. ينزلق هذا الأخير على منحدر مستوى مائل بزاوية $\alpha = 20°$ بالنسبة للأفق.

1- تم إسقاط الجسم من النقطة A بدون سرعة ابتدائية. باهمال قوى الاحتكاك، حدد طبيعة حركة M. علل.

2- احسب الوقت الذي تستغرقه M للوصول إلى النقطة B إذا كان AB = 2 m.

3- في الواقع، هذه المدة هي 1.3 ثانية. بافتراض وجود احتكاك يتميز بمعامل احتكاك حركي μ:

أ) مثل القوى المؤثرة على M في هذه الحالة.

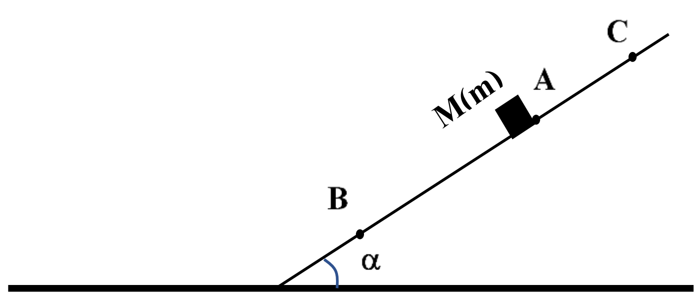
ب) استنتج قيمة معامل الاحتكاك μ.

4- ينطلق الجسم الآن من النقطة B باتجاه النقطة A بسرعة $3\ m/s$. حدد موضع النقطة C بحيث تنعدم سرعة الجسم M (BC =؟):

أ) إذا أهمل الاحتكاك.

ب) إذا كان معامل الاحتكاك هو $\mu = 0.11$.

نعتبر: $g = 9.81\ (m/s^2)$.

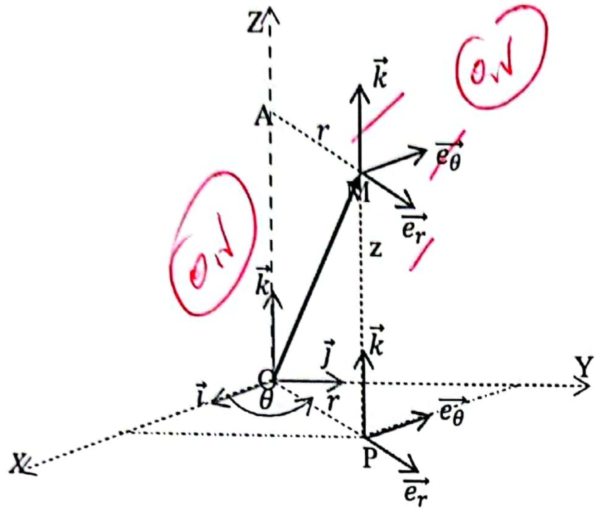


Bon courage

Corrigé type Examen Final de Physique 1
2021-2022

Questions de cours (4 pts)

1- Définir le système de coordonnées cylindriques



2- Exprimer le vecteur position dans ce système.

0,1

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$ avec $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OA} = z\vec{k}$

Donc : $\overrightarrow{OM} = r\vec{e_r} + z\vec{k}$ 0,1

3- Exprimer sans démonstration les vecteurs vitesse et accélération dans le même système.

0,25 0,25 0,25 0,25

$$\vec{v} == \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$$

0,25 0,25

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$$

0,25 0,25

Exercice 01 (Interro 8 pts)

$$\overrightarrow{OM} = \cos t\,\vec{\imath} + \sin t\vec{\jmath}$$

1. Déterminer la nature de la trajectoire de M ?

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin\ t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \cos^2 t \\ y^2 = \sin^2\ t \end{cases}$$ 0,25

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \cos^2 t + \sin^2\ t = 1$$ 0,25

La trajectoire est un cercle de rayon R = 1 m et de centre (0,0) 0,1

2. Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes et déterminer son module

Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes

0,1 $$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = -\sin t\,\vec{\imath} + \cos t\,\vec{\jmath}$$ 0,1

Le module de la vitesse est :

0,25

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t} \Rightarrow \|\vec{v}\| = 1\,m/s$$

3. En déduire la nature du mouvement et déterminer la vitesse angulaire ω ?

La vitesse est constante donc le mouvement est circulaire uniforme. 0,1

La vitesse angulaire ω est constante :

0,25 $$\omega = \frac{v}{R} = 1\ rad\,/\,s$$ 0,25

4. Exprimer le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes et déterminer son module.

Le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes :

0,1 $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\cos t\,\vec{\imath} - \sin t\,\vec{\jmath}$$ 0,1

Le module de l'accélération est :

0,25

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(-\cos t)^2 + (-\sin t)^2} = \sqrt{\cos^2 t + \sin^2 t} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 1\,m/s^2$$

Que représente cette accélération dans le repère de Frenet et pourquoi ? 0,2

L'expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet est donnée par : $\vec{a} = a_T\vec{e}_t + a_N\vec{e}_n$

L'accélération tangentielle est nulle $a_T = \frac{dv}{dt} = 0\ m/s^2$ 0,2 (car $v = cte$ ou MCU) 0,2

Donc, cette accélération représente l'accélération normale a_N. 0,2

5. Déterminer l'angle α que fait l'accélération avec la vitesse ?

M1 Par le produit scalaire :

$$\begin{cases} \vec{a}.\vec{v} = \|\vec{a}\|.\|\vec{v}\|\cos\underbrace{(\vec{a},\vec{v})}_{\alpha} \\ \vec{a}.\vec{v} = (-\sin t).(-\cos t) + (\cos t)(-\sin t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \|\vec{a}\|.\|\vec{v}\|\cos\underbrace{(\vec{a},\vec{v})}_{\alpha}$$

0,2

Comme $\|\vec{a}\| \neq 0$ *et* $\|\vec{v}\| \neq 0$, alors : $\cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = {}^{\pi}/_{2}$ 0,2

M2 Par le produit vectoriel :

$$\vec{a} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ -\sin t & \cos t & 0 \\ -\cos t & -\sin t & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (\cos t \times 0 - (-\sin t) \times 0)\vec{\imath} - ((-\sin t) \times 0 - (-\cos t) \times 0)\vec{\jmath} + ((-\sin t) \times (-\sin t) - (-\cos t) \times \cos t)\vec{k}$$

$$= (\sin^2 t + \cos^2 t)\vec{k} = \vec{k} \Rightarrow \|\vec{a} \wedge \vec{v}\| = 1$$

D'autre part :

$$\|\vec{a} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{a}\|.\|\vec{v}\|\sin(\vec{a},\vec{v}) = \sin(\vec{a},\vec{v}) \Rightarrow \alpha = {}^{\pi}/_{2}$$

6. Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur accélération en coordonnées polaires ?

En coordonnées polaires

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} = 1\,m = R \\ \tan\theta = \frac{y}{x} = \tan t \Rightarrow \theta = t \end{cases}$$ 0,1

Vecteur position : $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r = \vec{e}_r$ 0,1

Vecteur vitesse : 0,1

$$\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta \Rightarrow \vec{v} = \vec{e}_\theta \quad / \ \dot{\theta} = 1 \ \text{ et } \ \ddot{\theta} = 0$$

Vecteur accélération :

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r = -\vec{e}_r$$ 0,1

Ou par vecteurs :

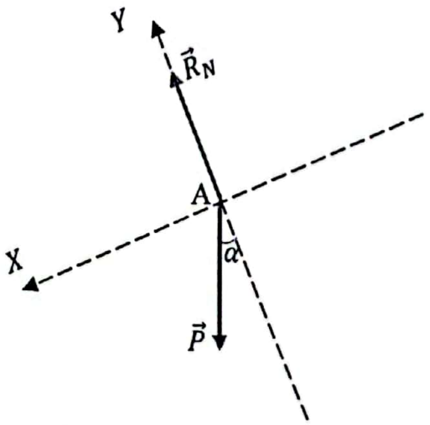
$$\vec{v} = -\sin t\,\vec{\imath} + \cos t\,\vec{\jmath} = \vec{e}_\theta$$

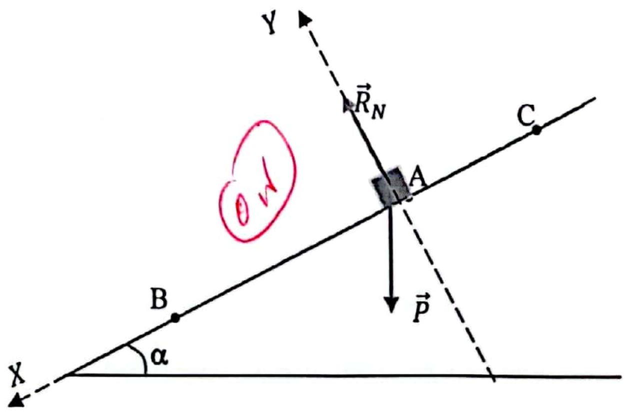
$$\vec{a} = -\cos t\,\vec{\imath} - \sin t\,\vec{\jmath} = -(\cos t\,\vec{\imath} + \sin t\,\vec{\jmath}) = -\vec{e}_r$$

Exercice 02 (8 pts)

1) l'objet glisse sans frottement de A vers B

Nature du mouvement ?





En appliquant le PFD :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$$ 0,1

Par projection sur (OX) : 0,1

$$P\sin\alpha = ma \;\Rightarrow\; mg\sin\alpha = ma$$
$$\Rightarrow\; a = g\sin\alpha$$
$$\Rightarrow\; a = 9{,}81.\sin 20 = 3{,}355\ (m/s^2)$$ 0,2

$\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow MRUV\ Accéléré$ 0,1

2) Calculer le temps mis par la masse pour arriver au point B si AB = 2 m.

Comme le mouvement est accéléré, on peut écrire les équations de mouvement sous la forme :

$$\begin{cases} a = cte \\ v = at + v_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \quad \text{tel que :} \begin{cases} v_0 = v_0 = 0\ (m/s) \\ x_0 = x_A = 0\ (m) \\ AB = x - x_0 \end{cases}$$ 0,1

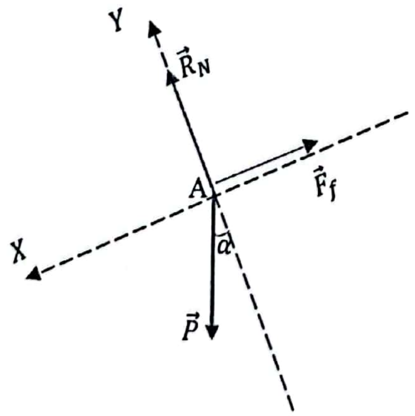
Donc : $\begin{cases} a = 3{,}355\ (m/s^2) \\ v = 3{,}35\, t \\ AB = \frac{3{,}35}{2} t^2 \end{cases}$ 0,1

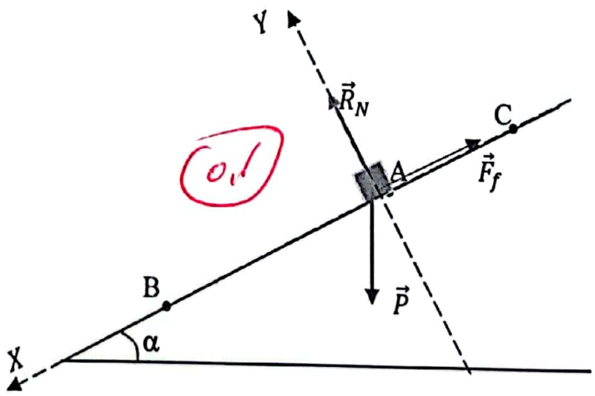
Alors :

$$AB = 2m = \frac{3{,}35}{2}t^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{4}{3{,}35}} \;\Rightarrow\; t = 1{,}09\ s$$ 0,1

3) $t = 1{,}3\ s$ et avec existence des frottements

a) Représenter les forces agissant sur M dans ce cas.





0,1

b) Déduire la valeur de ce coefficient de frottement μ.

On a: $\mu = \frac{F_f}{R_N}$ 0,1

P.F.D: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F_f} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

$\begin{cases} \perp (OX): mg\sin\alpha - F_f = ma \longrightarrow (1) \\ \perp (OY): -mg\cos\alpha + R_N = 0 \longrightarrow (2) \end{cases}$ 0,2 0,2

$(1) \Rightarrow F_f = m(g\sin\alpha - a)$

$a = ?$ 0,2

$MRUV \Rightarrow AB = \frac{1}{2} a\, t^2 \Rightarrow a = \frac{2\,AB}{t^2} = \frac{2.2}{(1,3)^2} = 2,37\ (m/s^2)$ 0,√

$(2) \Rightarrow R_N = mg \cos\alpha$ 0,√

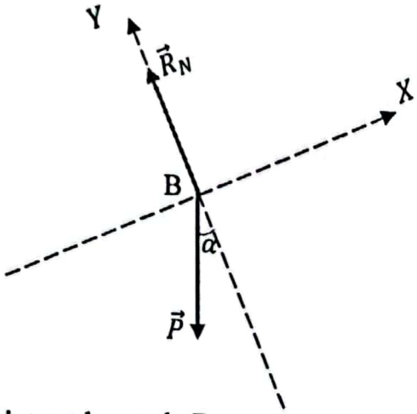
D'où :

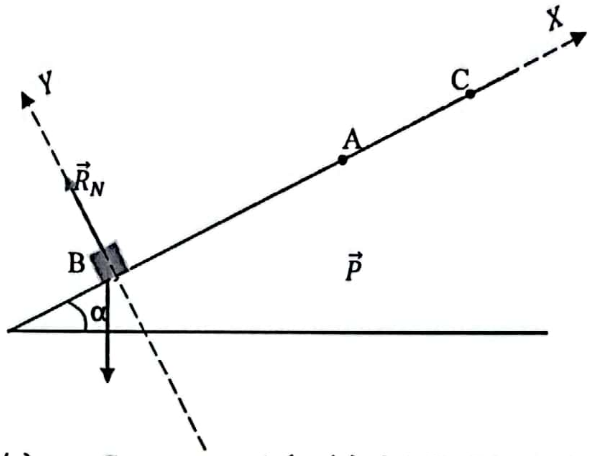
$$\mu = \frac{F_f}{R_N} \Rightarrow \mu = \frac{m(g\sin\alpha - a)}{mg\cos\alpha} \Rightarrow \mu = \frac{(g\sin\alpha - a)}{g\cos\alpha} = \tan\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha} \Rightarrow \mu = 0,107$$ 0,√

4) L'objet est maintenant lancé du point B vers le point A avec une vitesse de 3 m/s.

Déterminer la position du point C où la vitesse de l'objet s'annule :

a) Si on néglige les frottements.





L'objet est lance de B avec $v_B = v_0 = 3\ (m/s)$ vers C avec $v_C = 0\ (m/s)$ → MRUV Décéléré, d'où : 0,√

$$2.a.BC = v_C^2 - v_B^2 \Rightarrow BC = -\frac{v_B^2}{2a}$$ 0,√

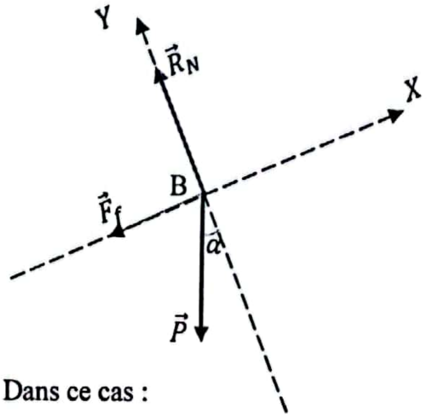
$a = ?$

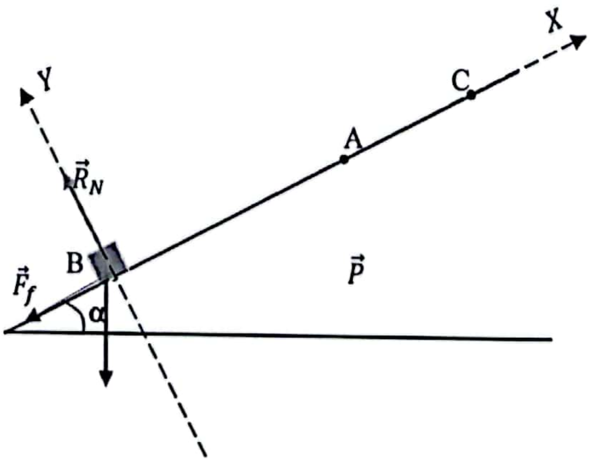
P.F.D : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

$\perp (OX): -mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha = -3,35\ (m/s^2)$ 0,√

Alors : $BC = -\frac{(3)^2}{2.(-3,35)} = 1,34\ m$ 0,√

b) Si le coefficient de frottement est de $\mu = 0.11$.





Dans ce cas :

P.F.D: $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{F_f} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

$$\begin{cases} \perp (OX): -mg\sin\alpha - F_f = ma \longrightarrow (1) \\ \perp (OY): -mg\cos\alpha + R_N = 0 \longrightarrow (2) \end{cases}$$

$(1) \Rightarrow a = -g\sin\alpha - \frac{F_f}{m}$

On sait que :

$\mu = \frac{F_f}{R_N} \Rightarrow F_f = \mu R_N$

$(2) \Longrightarrow R_N = mg\cos\alpha$

D'où :

$F_f = \mu mg\cos\alpha$

Donc :

$a = -g\sin\alpha - \frac{\mu mg\cos\alpha}{m} \Rightarrow a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -4{,}37\ (m/s^2)$ 0,25

Enfin :

$$BC = \frac{v_B^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 1{,}03\ m$$

0,25

Scanné avec CamScanner