Corrige type de l'examen final Physique1 (2023/24)

Questions de cours : (5 points) : remplir le vide :

Mouvement circulaire : $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$ (0,25) ; $\vec{V} = r\dot{\theta}\,\vec{e}_\Theta$ (0,25) ; $\vec{a} = -r\,\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r + r\,\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$ (0,5)

Mouvement circulaire uniforme : $\vec{a} = -r\,\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r$ (0,25) ; $a_n = \frac{V^2}{R}$ (0,25) ; $a_t = \frac{dV}{dt} = 0$ (0,25)

$E_p(B) - E_p(A) = \Delta E_p = -\sum W_{A\to B}(\vec{F}_C)$ (0,25) ; $\frac{1}{2}m\,V_b^2 - \frac{1}{2}m\,V_a^2 = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c = \sum W_{A\to B}(\vec{F}_{ext})$ (0,25)

$E_{mec}(B) - E_{mec}(A) = \Delta E_{mec} = \sum W_{A\to B}(\vec{F}_{NC})$ (0,25) ; si le système est conservatif (0,25) ou isolé (0,25) alors $\Delta E_{mec} = 0$ (0,25)

$\vec{M}_{/0}(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ (0,5) ; $\vec{L}_{/o} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$ (0,5) ; (TMC) : $\sum \vec{M}_{/0}(\vec{F}) = \frac{d\vec{L}/o}{dt}$ (0,75)

Exercice 1 : (7points)

1- L'équation de la trajectoire et sa nature :

On a les équations horaires du mvt: $\begin{cases} x(t) = 5t & (1) \\ y(t) = -5t^2 + 5 & (2) \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x}{5}$ (0,5)

Remplaçons la valeur de t dans (2) : $y = -\frac{x^2}{5} + 5$ (0,5)

2- Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$: $\overrightarrow{OM} = 5t\vec{\imath} + \left(-5t^2 + 5\right)\vec{\jmath}$ (0,5)

3- Les composantes cartésiennes de vecteur vitesse $\vec{v}$ et son module :

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = {dx}/{dt} = 5 \\ v_y = {dy}/{dt} = -10t \end{cases} \Rightarrow \vec{v} = 5\,\vec{\imath} - 10t\,\vec{\jmath}$$ (1)

Son module : $\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25 + 100t^2} = 5\sqrt{1 + 4t^2}$ *m/s* (0,25)

4- Les composantes cartésiennes de vecteur accélération $\vec{a}$ et son module :

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = {dv_x}/{dt} = 0 \\ a_y = {dv_y}/{dt} = -10 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = -10\,\vec{\jmath}$$ (1) *Son module :* $\|\vec{a}\| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10$ *m/s²* (0,25)

5- les composantes d'accélération tangentielle et normale (a_T et a_N) :

- *On sait que :* $a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(5\sqrt{1+4t^2}\right)}{dt} = 5\frac{8\,t}{2\sqrt{1+4t^2}} \Rightarrow a_T = \frac{20\,t}{\sqrt{1+4t^2}}$ (0,5)

  Et $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \Rightarrow a^2 = a_T^2 + a_N^2$ *d'où :* $a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2}$ (0,5)

  $a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{10^2 - \frac{20^2\,t^2}{1+4t^2}} = \frac{10}{\sqrt{1+4t^2}}$ (0,5)

- *Rayon de courbure R(t) :*

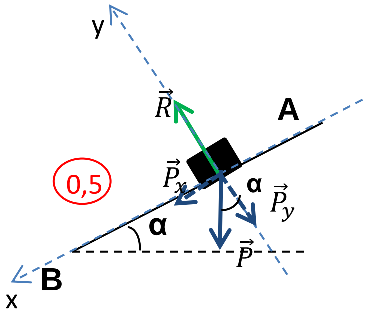
  $a_N = \frac{v^2}{R}$ (0,25) $\Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} \Rightarrow R = \frac{25(1+4t^2)\sqrt{1+4t^2}}{10}$ *Donc:* $R(t) = 2.5\sqrt{(1+4t^2)^3}$

  $R = 2.5(1+4t^2)^{3/2}$ (0,5)

6- Les composantes d'accélération a_T et a_N et rayon de courbure R à l'instant t = 0.4s :

Pour t=0.4 s, la valeur de $a_T = \frac{20*0.4}{\sqrt{1+4*0.4^2}} = 6.25\frac{m}{s^2}, a_N = \frac{10}{\sqrt{1+4*0.4^2}} = 7.81m/s^2$

et la valeur de $R = 2.5(1+4*0.4^2)^{3/2} = 5.25m.$ 0,75



Exercice 2 : (8points)

<u>le bilan des actions agissant sur le skieur</u> : $(voir\ figure)$.

- *Le poids* $\vec{P} = m\vec{g}$
- *La réaction normale* $\vec{R}_N$ 0,5

1.1 *<u>Détermination de l'accélération, la vitesse (t) et la distance parcourue (t) après un temps t :</u>*

En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) :

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a}$ 0,25

Par projection : $\begin{cases} (OX): Px + 0 = m\,a_x & (1) \\ (OY): -Py + R_N = 0 & (2) \end{cases}$ $tel\ que: \vec{a} = a_x\vec{\imath}\ donc: a_y = 0$ 0,5 $R_N = mgcos\alpha$ 0,25

Tel que : $\vec{p}$ *:* $= P\sin\alpha,\ Py = P\cos\alpha\ avec\ P = mg$ 0,25

Donc : $(1) \Rightarrow \quad mg\sin\alpha = ma \Longrightarrow a = g\sin\alpha$ 0,25

$A.N: a = 10\sin 30 \Rightarrow \quad a = 5\ m/s^2$ 0,25

- la vitesse (t) et la distance parcourue (t) après un temps t : 0,25

on a deux méthodes soit par intégration ou par les équations de mouvement.

<u>N.B :</u>si l'étudiant utilise l'une des méthodes on le note d'un point (0.5pour la vitesse et 0.5 pour la distance)

* *<u>les équations horaires du mouvement : (1ere méthode)</u>*

a=5m/s² donc la nature du mouvement : MRUA

$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0 \\ V = at + V_0 \\ a = cste \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2.5t^2 \\ V = 5t \\ a = 5m/s^2 \end{cases}$ 0,5 0,5

* *<u>Par integration :(2eme méthode)</u>*

$a = \frac{dV}{dt} \quad \Rightarrow \quad dV = adt \quad \Rightarrow V = \int adt = \int 5dt \quad \Rightarrow V = 5t + C_1$

à $t = 0: V_0 = 0;: C_1 = 0\ ,\quad V = 5t$

$V = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad dx = Vdt \quad \Rightarrow x = \int Vdt = \int 5t\ dt = \frac{1}{2}5t^2 + C_2 \quad \Rightarrow x = 2.5\,t^2 + C_2$

à $t = 0:\ X_0 = 0 : C_2 = 0, x = 2.5t^2$

1.3. *<u>Le temps t mis par le point matériel pour atteindre B :</u>*

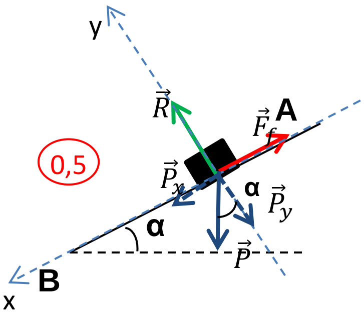
Au point B : $x = l$ alors : $l = 2.5t^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{l}{2.5}} = \sqrt{\frac{0.5}{2.5}} = 0.4474s \Rightarrow t_B = 0.447S$

0,5

1.4. <u>La vitesse au point B</u>

$V = 5t \Rightarrow V_B = 5t_B \Rightarrow V_B = 5 * 0.447 \Rightarrow V_B = 2.24m/s$

0,5



2.1. <u>Le bilan des actions agissant sur le skieur :</u>

- Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- La réaction normale $\vec{R}_N$ 0,5
- Force de frottement $\vec{F}_f$

2.2.<u>Calcul de la force de frottement, que devient l'accélération</u>

En appliquant le PFD

$$\begin{cases} (OX): Px + 0 - F_f = m\,a_x & (1) \\ (OY): -Py + R_N + 0 = 0 & (2) \end{cases}$$

0,25

$R_N = mgcos\alpha$

Tel que : $\vec{p}$: $= P\sin\alpha$, $Py = P\cos\alpha$ avec $P = mg$ 0,25

$F_f = \mu R_N = \mu mgcos\alpha = 0.4 * 4 * 10 * 0.86 = 13.76$ 0,25

<u>l'accélération</u> : $(1) \Rightarrow$ $mg\ sin\alpha - F_f = ma \Rightarrow a = g\ sin\alpha - \frac{F_f}{m}$ 0,25

A.N: $a = 10\ sin30 - \frac{13.76}{4} = 1.56m/s^2$

0,25

2.3.<u>La vitesse a l'instant t</u>

a= 1.56m/s² donc la nature du mouvement :MRUV

$v_B^2 - v_A^2 = 2\,a\,(x_B - x_A) \Rightarrow v_B^2 = 2a\,l \Rightarrow V_B = \sqrt{2al}$ 0,5

$\Rightarrow V_B = \sqrt{2 * 1.56 * 0.5} = 1.25m/s \quad \Rightarrow V_B = 1.25\,m/s$ 0,25