

T.A.D ALGEBRE

Exo.1 : Soient $E = [0,1]$; $F = [-1,1]$; et $G = [0,2]$, Trois intervalles de \mathbb{R} , considérons l'application f de E dans G définies par : $f(x) = 2 - x$

Et l'application g de F dans G définie par : $g(x) = x^2 + 1$

→

- a) Déterminer $f(\{1/2\})$; $f^{-1}(\{0\})$; $g([-1,1])$; $g^{-1}[0; 2]$
- b) L'application f est elle bijective ? justifier
- c) L'application f est elle bijective. ?justifier

Exo 2 : On définit sur \mathbb{R}^2 la relation T par :

$$(x,y) T (x',y') \Leftrightarrow |x - x'| \leq y' - y$$

1-Verifier que T est une relation d'ordre, cet ordre est il total ?

2-Soit $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, Représenter l'ensemble $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; (x,y)T(a,b)\}$

Exo 3 : Soient a et b deux entiers naturels .

1- Déterminer a et b pour que $(a + b\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

2-Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante :

$$z^2 - (2 + (1 - \sqrt{3})i)z + 1 + \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})i = 0$$

3-Soit z_1 et z_2 les solutions de l'équation précédente tel que $|z_1| < |z_2|$

Ecrire alors (z_1/z_2) sous forme algébrique et sous forme trigonométrique

En déduire $\sin(\frac{7\pi}{12})$, $\cos(\frac{7\pi}{12})$ /

Exo 4: Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) ;
 on considère les points A,B,C,E et F dont les affixes sont données par :
 $za = \sqrt{3} + i$; $zb = \sqrt{3} - i$; $zc = i$; $ze = 2ie^{i\frac{2\pi}{3}}$; $zf = 2e^{i\pi/2}$

- 1-Ecrire za ; zb sous la forme exponentielle et ze et zf sous la forme algébrique
 2-Verifier que :

$$\left(\frac{za^{2013}}{2}\right) + \left(\frac{iz e}{2}\right)^{2013} = -1 - i$$

Soit le nombre complexe : $2 \propto = (-1 + \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$

a) Déterminer le nombre complexe tel que $zd = \propto^2$ puis l'écrire sous la forme exponentielle .

b) Déterminer l'entier naturel $n \in \mathbb{N}$; tel que : $\left(\frac{zd}{ze}\right)^n \in \mathbb{R}$

BONNE CHANCE