

## T.A.D ALGEBRE

**Exo.1 :** Soient  $E = [0,1]$  ;  $F = [-1,1]$  ; et  $G = [0,2]$  , Trois intervalles de  $\mathbb{R}$  , considérons l'application  $f$  de  $E$  dans  $G$  définies par :  $f(x) = 2 - x$

Et l'application  $g$  de  $F$  dans  $G$  définie par :  $g(x) = x^2 + 1$   
 $\rightarrow$

- a) Déterminer  $f(\{1/2\})$  ;  $f^{-1}(\{0\})$  ;  $g([-1,1])$  ;  $g^{-1}[0; 2]$
- b) L'application  $f$  est elle bijective ? justifier
- c) L'application  $f$  est elle bijective . ?justifier

**Exo 2 :** On définit sur  $\mathbb{R}^2$  la relation  $T$  par :

$$(x,y) T (x',y') \Leftrightarrow |x - x'| \leq y' - y$$

- 1- Verifier que  $T$  est une relation d'ordre , cet ordre est il total ?
- 2- Soit  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$  , Représenter l'ensemble  $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; (x,y) T (a,b)\}$

**Exo 3 :** Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels .

**1-** Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $(a + b\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

**2-** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante :

$$z^2 - (2 + (1 - \sqrt{3})i)z + 1 + \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})i = 0$$

**3-** Soit  $z_1$  et  $z_2$  les solutions de l'équation précédente tel que  $|z_1| < |z_2|$

Ecrire alors  $(z_1/z_2)$  sous forme algébrique et sous forme trigonométrique

En déduire  $\sin(\frac{7\pi}{12})$  ,  $\cos(\frac{7\pi}{12})$

**Exo 4:** Dans le plan complexe muni d'un repere orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ;

on considere les points A,B,C,E et F dont les affixes sont données par :

$$Z_a = \sqrt{3} + i; z_b = \sqrt{3} - i; z_c = i; z_e = 2ie^{i \cdot \frac{2\pi}{3}}; z_f = 2e^{i\pi/2}$$

1-Ecrire  $z_a$  ;  $z_b$  sous la forme exponentielle et  $z_e$  et  $z_f$  sous la forme algebrique

2-Verifier que :

$$\left(\frac{z_a^{2013}}{2}\right) + \left(\frac{iz_e}{2}\right)^{2013} = -1 - i$$

Soit le nombre complexe :  $2\alpha = (-1 + \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$

a) Déterminer le nombre complexe tel que  $z_d = \alpha^2$  puis l'écrire sous la forme exponentielle .

b) Déterminer l'entier naturel  $n \in \mathbb{N}$  ; tel que :  $\left(\frac{z_d}{z_e}\right)^n \in \mathbb{R}$

BONNE CHANCE