TP-4
PENDULE SIMPLE

But du TP

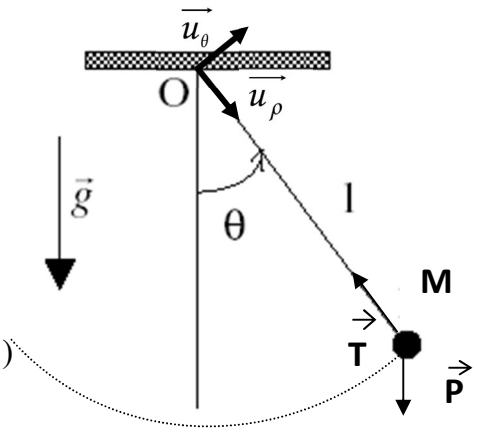
1/ Etudier la période (***T***) d'un pendule simple : influence de la longueur (***L***) du pendule et de l'amplitude (l'angle ***θ***) sur la période des oscillations.

2/ Mesure de l'intensité du champ gravitationnel à l'aide d'un pendule simple.

Partie théorique

On considère un pendule simple constitué d'un point matériel (***M***), de masse ***m***, suspendu à un fil inextensible sans masse de longueur ***l***.

Ce pendule oscille sans frottement (En négligeant la résistance de l'air) dans un plan vertical (figure ci-contre).



La masse m est décalée d'un angle ***θ₀*** par rapport à la verticale. La deuxième loi de Newton dans un repère galiléen s'écrit :

$$m\vec{\gamma} = \vec{P} + \vec{T} \quad \text{.....(1)}$$

$\vec{\gamma}$=?

Dans le système de coordonnées polaires on a :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad / \quad \vec{r} = r\vec{u}_\rho$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(r\vec{u}_\rho) = \dot{r}\vec{u}_\rho + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad \text{.....(2)}$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\vec{u}_\rho + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta)$$

$$\vec{\gamma} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta \quad \text{.....(3)}$$

D'après (1) et (3) :

$$m[(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u}_\theta] = (-T + P\cos\theta)\vec{u}_\rho - P\sin\theta.\vec{u}_\theta \quad \text{..... (4)}$$

Avec $r = L = cst \Leftrightarrow \ddot{r} = \dot{r} = 0$

Alors :
$$(4) \Leftrightarrow \begin{cases} mr\dot{\theta}^2 = -T + P\cos\theta & \text{(5 - a)} \\ mr\ddot{\theta} = -P\sin\theta & \text{(5 - b)} \end{cases}$$

Pour de faibles oscillations (θ≤10°): $\sin\theta = \theta$ (rad).
alors :

$$(5-b) \Leftrightarrow mr\ddot{\theta} + mg\theta = 0 \Leftrightarrow L\ddot{\theta} + g\theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0 \quad \text{on pose } w^2 = \frac{g}{L} \quad \text{on aura}$$

L'équation différentielle : $\ddot{\theta} + w^2\theta = 0$ .....(6)

Dont la solution générale est : $\theta(t) = \theta_1 \cos\omega t + \theta_2 \sin\omega t$

Pour $\theta(t=0) = \theta_0 \Leftrightarrow \theta_1 = \theta_0$ avec v(t = 0) = 0 $\Leftrightarrow [r\dot{\theta}(t)]_{t=0} = 0$

$$\Leftrightarrow r[-\theta_1 \sin wt + \theta_2 \cos wt]_{t=0} \quad \text{c'est a dire } \theta_2 = 0$$

Donc $\theta(t) = \theta_0 \cos wt \Leftrightarrow \theta(t) = \theta_0 \cos \frac{g}{L} t$ .....(7)

C'est le cas d'un mouvement oscillatoire harmonique dont sa période est donnée par :

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ .....(8)

Manipulation

I/ Influence de la longueur du pendule sur la période

Fixer une masse ***m*** sur le pendule (***m = 33g***).

Faire osciller le pendule avec un angle θ_0 fixe ($\theta_0 \leq 10°$) et mesurez le temps (***t = nT***) puis calculez la période pour différentes longueurs du fil et pour deux nombres d'oscillations ($n_1=10$ et $n_2=30$).

Reporter les résultats dans **le tableau 1**.

$\theta_0=7°$, $n_1=10$, $n_2=30$				
L (cm)	***20***	***40***	***70***	***100***
$t_1=n_1T_1(s)$				
$T_1(s)$				
$T_1^2\ (s^2)$				

Tableau 1

1/ Tracez le graphe $L\left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right)$ et déterminez la valeur moyenne de **g** et calculez son incertitude avec δt **= 0.02s** et δl **= 0.001**m.

2/ comparez les résultats de la période ***T*** et de la valeur de ***g*** pour n_1 et n_2 que pouvez-vous conclure.

II/ Influence de l'angle sur la période

Fixer une masse *m* sur le pendule à une longueur ***L (L = 40 cm)***.

Ecarter le pendule avec différentes angles θ_0 et le lâcher sans vitesse initiale et mesurez le temps ***t*** et calculez la période des oscillations *(pour n_1 et n_2 oscillations)*.

Reporter les résultats dans le tableau 2.

L = 40 cm , $n_1=10$, $n_2=30$					
$\theta_0(°)$	***6***	***8***	***10***	***30***	***90***
$t_1=n_1T_1(s)$					
$T_1(s)$					

Tableau 2

1/ Calculez g analytiquement pour les angles qui permettent l'application de la formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ et calculez son incertitude.

2/ Es que la variation de l'angle $\theta_0°$ influe sur ***T*** et ***g*** ? Interprétez les résultats.

- Conclusion