Université Mostefa BENBOULAID- BATNA2

Socle Commun en Sciences et Technologie

Année 2022/2023

Matière : M1

Série DE TD No.01

Exercice No.01 : Donner les négations des propositions suivantes :

1- $\forall x \in R, x^2 - x + 4 \neq 0$

2-$\exists n \in N, n < \sqrt{2} \leq n + 1$

3-$\forall x \in R, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$

4-$\forall x \in R, |x^2| \geq 1 \; et \; \sqrt{x^2} = x$

5-$\forall x \in R, -1 \leq sinx \leq 1$

6-$\forall x \in R, |x + y| = |x| + |y| \Leftrightarrow x = y = 0$

7- $\exists! \, x \in N, 2x - 8 = 0$

Exercice No.02 : Montrer que les insertions suivantes sont fausses :

1-$(\forall x \in]0; 1[)\,; \frac{2x+1}{x^2(1-x^2)} < 1$

2-Pour tout entier naturel n , le nombre n^2 est impair.

3-$(\forall y \in R)(\exists x \in R); x^2 + xy + y^2 = 0$

4-$(\forall x \in R); 3cos(x) \neq 2\, sin^2(x)$

Exercice No.03 :

Soient $a, b \in R+$, Montrer que si $a \leq b$ $alors$ $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$ et $a \leq \sqrt{ab} \leq b$

Exercice No.04 : En utilisant le raisonnement par Contraposition , Montrer que :

1) $(\forall x \in R^+); (x \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{1+\sqrt{x}} \neq 1 - \sqrt{x}$
2) $(\forall x \in R)(\forall y \in R); (xy \neq 1 \; et \; x \neq y) \Rightarrow \frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1}$

Exercice No.05 : En utilisant le raisonnement par récurrence , Montrer que :

1) $(\forall n \in N); 1 + 3 + 3^2 + \cdots \ldots \ldots + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$
2) $(\forall n \in N^*); 1 + \frac{1}{2^2} + + \cdots \ldots \ldots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$

Exercice No.06

En Utilisant le raisonnement par l'absurde ; Montrer que :

1) $(\forall n \in N)$ $\sqrt{16n^2 + 8n + 3} \notin N$

2) $(\forall n \in N)$ $\frac{n+1}{n+2} \notin$ N