

TD No.01 MATHS1

Exercice No.01 : Donner les négations des propositions suivantes :

- 1- $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 4 \neq 0$
- 2- $\exists n \in \mathbb{N}, n < \sqrt{2} \leq n + 1$
- 3- $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Leftrightarrow x^2 > 9$
- 4- $\forall x \in \mathbb{R}, |x^2| \geq 1$ et $\sqrt{x^2} = x$
- 5- $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$
- 6- $\exists n \in \mathbb{Z}, \frac{n}{2} \in \mathbb{N}$
- 7- $\forall x \in \mathbb{R}, |x + y| = |x| + |y| \Leftrightarrow x = y = 0$
- 8- $\exists ! x \in \mathbb{N}, 2x - 8 = 0$

Exercice No.02 : Montrer que les insertions suivantes sont fausses :

1- $(\forall x \in]0; 1[); \frac{2x+1}{x^2(1-x^2)} < 1$

2- Pour tout entier naturel n , le nombre n^2 est impair.

3- $(\forall x \in \mathbb{R}^+); x + \frac{1}{x} \geq 2$

4- $(\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); x^2 + xy + y^2 = 0$

5- $(\forall x \in \mathbb{R}); 3\cos(x) \neq 2\sin^2(x)$

Exercice No.03 :

Soient $a, b \in \mathbb{R}^+$, Montrer que si $a \leq b$ alors $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$ et $a \leq \sqrt{ab} \leq b$

Exercice No.04 : En utilisant le raisonnement par Contraposition, Montrer que :

1) $(\forall x \in \mathbb{R}^+); (x \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{1+\sqrt{x}} \neq 1 - \sqrt{x}$

2) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}); (xy \neq 1 \text{ et } x \neq y) \Rightarrow \frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1}$

Exercice No.05 : En utilisant le raisonnement par récurrence, Montrer que :

1) $(\forall n \in \mathbb{N}); 7^{2n} - 1$ est divisible par 12.

2) $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$

3) $(\forall n \in \mathbb{N}^+); 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$

Exercice No.06

En Utilisant le raisonnement par l'absurde ; Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$

1) $\sqrt{16n^2 + 8n + 3} \notin \mathbb{N}$

2) $\frac{n+1}{n+2} \notin \mathbb{N}$