UNIVERSITÉ BATNA 2
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT S.C.S.T.

Statistique et Probabilités

CORRIGÉ-TYPE DE L'EXAMEN FINAL DU 28/02/2019

Préparé par :
Ali BOUCHETOB

Année Universitaire : **2018/2019**

Exercice 1 :

1) La population étudiée est ***une période de 50 jours***. **.5 pt**

Le caractère observé est ***le nombre d'appels téléphoniques par jour*** d'un abonné. **.5 pt**

Il est ***quantitatif discret***. **.5 pt**

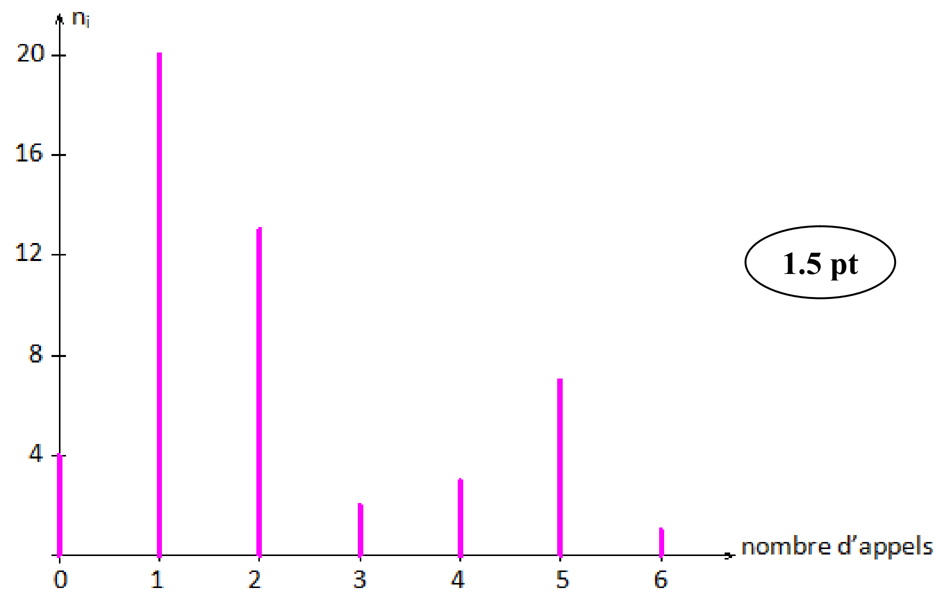
Les modalités (ou valeurs) du caractère sont les entiers : ***0***, ***1***, ***2***, ***3***, ***4***, ***5*** et ***6***. **.5 pt**

2) Le diagramme adéquat est un ***diagramme en bâtons***. Complétons le tableau donné :

Nombre d'appels x_i	*Effectif* n_i	*ECC*	*ECD*
0	4	*4*	*50*
1	20	*24*	*46*
2	13	*37*	*26*
3	2	*39*	*13*
4	3	*42*	*11*
5	7	*49*	*8*
6	1	*50*	*1*
Total	**50**		

1 pt

Voici le ***diagramme en bâtons des effectifs*** relatif au tableau statistique ci-dessus :

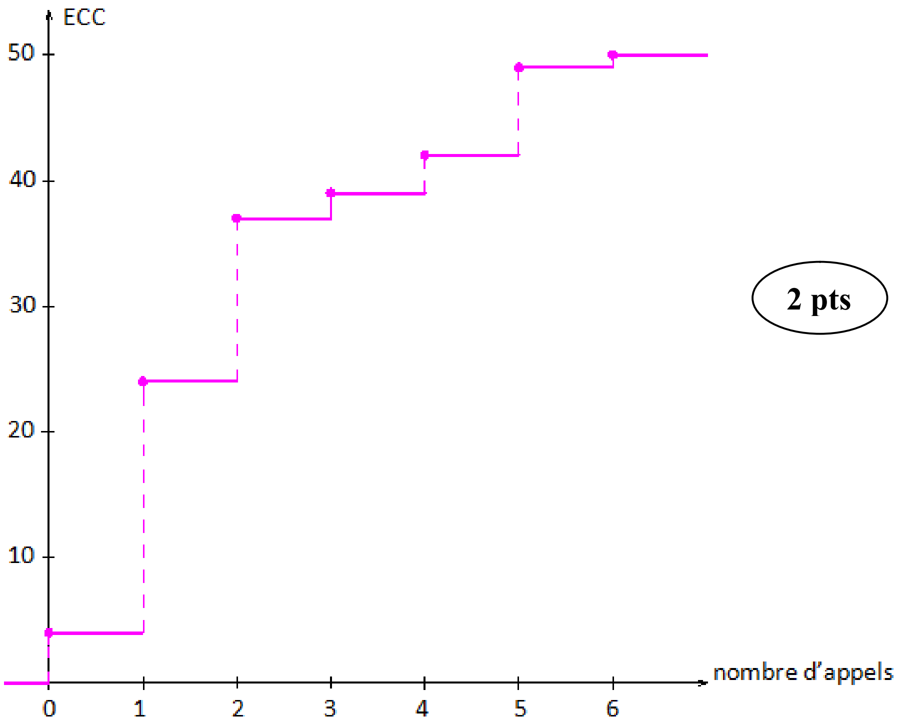


1.5 pt

3) a) « ***au plus 3 appels*** » signifie « ***un nombre d'appels téléphoniques inférieur ou égal à 3*** ». D'après la colonne des ECC du tableau précédent, il y a ***39 jours*** où il y a eu ***au plus 3 appels***. **.75 pt**

b) « ***au moins 2 appels*** » signifie « ***un nombre d'appels téléphoniques supérieur ou égal à 2*** ». D'après la colonne des ECD du tableau ci-dessus, il y a ***26 jours*** où il y a eu ***au moins 2 appels***. **.75 pt**

4) La figure suivante montre la ***courbe des effectifs cumulés croissants*** relative au tableau statistique précédent. C'est un ***graphique en escalier*** vu que le nombre d'appels est une ***variable discrète***.



2 pts

Exercice 2 :

1) Ici, la variable est ***continue*** et les données sont ***groupées en classes***. Complétons le tableau donné :

taille x_i	*centre de classe,* c_i	*effectif* n_i	*amplitude de classe,* a_i	*densité* $d_i = n_i / a_i$	*ECC*
[80-90[	*85*	3	*10*	*0.3*	*3*
[90-95[	*92.5*	15	*5*	*3*	*18*
[95-100[	*97.5*	22	*5*	*4.4*	*40*
[100-105[	*102.5*	18	*5*	*3.6*	*58*
[105-110[	*107.5*	12	*5*	*2.4*	*70*
[110-120[	*115*	5	*10*	*0.5*	*75*
Total		**75**			

1 pt

- L'expression de la ***moyenne arithmétique*** $\overline{x}$ de la série donnée est :

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i c_i = \frac{1}{75}\sum_{i=1}^{6} n_i c_i$$ **.25 pt**

$$= \frac{1}{75}(3\times 85 + 15\times 92.5 + 22\times 97.5 + 18\times 102.5 + 12\times 107.5 + 5\times 115) = \frac{7\,497.5}{75} \approx \boldsymbol{99.97\ cm}$$ **.75 pt**

- Par ailleurs, l'expression de la ***variance*** V de la série donnée, à l'aide du théorème de ***Kœnig***, est :

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i c_i^2 - \overline{x}^2 = \frac{1}{75}\sum_{i=1}^{6} n_i c_i^2 - \overline{x}^2$$ **.25 pt**

$$\frac{1}{75}\sum_{i=1}^{6} n_i c_i^2 = \frac{1}{75}(3\times 7225 + 15\times 8556.25 + 22\times 9506.25 + 18\times 10506.25 + 12\times 11556.25 + 5\times 13225)$$

$$= \frac{753\,068.75}{75} \approx 10\,040.92$$ **.5 pt**

Ainsi, $V = 10\,040.92 - (99.97)^2 \approx \boldsymbol{46.92}$ **.25 pt**

L'***écart-type*** σ de la série donnée est :

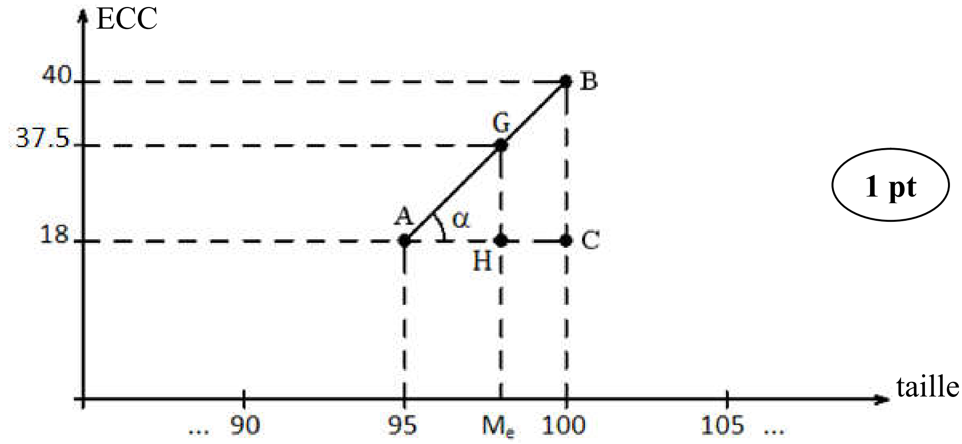
$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{46.92} \approx \boldsymbol{6.85\ cm}$ **.5 pt**

● Pour une variable ***continue*** et des ***données groupées en classes***, on parle de classe modale au lieu de mode. Les classes étant ***d'amplitudes inégales***, la ***classe modale*** est la classe qui correspond à la ***densité d'effectif la plus élevée***. Ainsi, la classe modale est ***[95-100[*** dont la densité est 4.4. **.75 pt**

● La ***médiane*** est la valeur de la taille qui correspond à l'effectif cumulé 75/2 = 37.5.

Puisque 18 < 37.5 < 40, la ***classe médiane*** est [95-100[, en d'autres termes : $95 < M_e < 100$.

Utilisons l'***interpolation linéaire*** sur les ***effectifs cumulés croissants*** (ECC) :



1 pt

D'après la figure ci-dessus :

$\tan\alpha = \dfrac{GH}{AH} = \dfrac{BC}{AC}$ d'où $AH = AC.\dfrac{GH}{BC}$

En remplaçant les différentes expressions par leurs valeurs respectives, on a :

$(M_e - 95) = (100 - 95)\ \dfrac{37.5 - 18}{40 - 18} = 4.4$

Ainsi, la médiane de la série donnée est : $M_e = 99.4$ cm **.75 pt**

Exercice 3 :

1) On vérifie l'existence d'une liaison linéaire entre X et Y en calculant le ***coefficient de corrélation linéaire***, $r = \dfrac{\mathrm{cov}(X, Y)}{\sigma_X\, \sigma_Y}$. **.25 pt**

Les ***données*** sont ***isolées***, l'expression de la ***covariance*** est : $\mathrm{cov}(X, Y) = \dfrac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y}$ **.25 pt**

$$\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = \frac{1}{10}(42\times33 + 39\times37 + 21\times45 + 39\times30 + 33\times39 + 12\times80 + 16\times64 + 24\times51 + 16\times50 + 28\times41)$$

$$= \frac{11387}{10} = 1138.7$$ **.25 pt**

$\overline{x} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i$ **.25 pt**

$= \frac{1}{10}(42 + 39 + 21 + 39 + 33 + 12 + 16 + 24 + 16 + 28) = \frac{270}{10} = \boldsymbol{27\ ha}$ **.25 pt**

$\overline{y} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} y_i$ **.25 pt**

$= \frac{1}{10}(33 + 37 + 45 + 30 + 39 + 80 + 64 + 51 + 50 + 41) = \frac{470}{10} = \boldsymbol{47}$ **.25 pt**

Ainsi : $\mathrm{cov}(X, Y) = 1138.7 - 27\times47 = \boldsymbol{-130.3}$ **.25 pt**

$V(X) = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \overline{x}^2$ **.25 pt**

$= \frac{1}{10}(42^2 + 39^2 + 21^2 + 39^2 + 33^2 + 12^2 + 16^2 + 24^2 + 16^2 + 28^2) - (27)^2 = \frac{8352}{10} - 729 = \boldsymbol{106.2}$ **.5 pt**

Alors : $\sigma_X = \sqrt{V(X)} \approx \boldsymbol{10.3}$ **.25 pt**

$V(Y) = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \overline{y}^2$ **.25 pt**

$= \frac{1}{10}(33^2 + 37^2 + 45^2 + 30^2 + 39^2 + 80^2 + 64^2 + 51^2 + 50^2 + 41^2) - (47)^2 = \frac{24182}{10} - 2209 = \boldsymbol{209.2}$ **.5 pt**

Donc : $\sigma_Y = \sqrt{V(Y)} \approx \boldsymbol{14.5}$ **.25 pt**

Il en résulte :

$r = \frac{-130.3}{10.3\times14.5} \approx \boldsymbol{-0.87}$ **.25 pt**

Cette valeur indique une ***forte corrélation linéaire*** (***négative***) entre X et Y.

2) La ***droite de régression de Y en X***, par la méthode des ***moindres carrés***, a pour équation : $y = ax + b$

avec : **.25 pt**

$a = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{V(X)}$ **.25 pt**

$b = \overline{y} - a\,\overline{x}$ **.25 pt**

On a ensuite :

$a = \frac{-130.3}{106.2} = \boldsymbol{-1.2}$ **.25 pt**

$b = 47 + 1.2\times27 = \boldsymbol{79.4}$ **.25 pt**

L'équation de la droite de régression de Y en X, par la méthode des moindres carrés, est : $\boldsymbol{y = -1.2x + 79.4}$ **.25 pt**

3) Pour une wilaya dont la surface agricole est de 47 ha, le nombre de tracteurs estimé est :

$y = -1.2\times47 + 79.4 =$ ***23 tracteurs***. **.25 pt**